

تريخ: استبته ان

$$x \cdot y + x \cdot z = (x \wedge y \wedge z') \vee (x \wedge y' \wedge z)$$

$$P_1 = x \cdot y + x \cdot z = x(y + z) = x \wedge (y \wedge z' \vee y' \wedge z)$$

$$= (x \wedge y \wedge z') \vee (x \wedge y' \wedge z)$$

$$= (x \wedge y \wedge z') \vee (x \wedge y' \wedge z)$$

تريخ: P تابع تقابل

$$P: M \rightarrow N$$

P ايزومورفيزم عاكس للترتيب $\iff P$ ايزومورفيزم عاكس للترتيب

شكلي

الحل: لنعرض الشرط: بما ان P ايزومورفيزم عاكس للترتيب فهو مورفيزم عاكس للترتيب

$$\begin{aligned} \bullet \quad \forall x, y \in M; x \leq y &\Rightarrow \\ x \leq y &\Rightarrow P(y) \leq P(x) \\ x = x \wedge y &\Rightarrow P(x) = P(x \wedge y) \\ P(x) &= P(x) \vee P(y) \\ &\Rightarrow P(y) \leq P(x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \forall x, y \in M; x \leq y &\Rightarrow y = x \vee y \\ &\Rightarrow P(y) = P(x \vee y) = P(x) \wedge P(y) \\ &\Rightarrow P(y) \leq P(x) \end{aligned}$$

وهو متباين

P^{-1} هل هو مورفيزم عاكس للترتيب

$$\forall \eta_1, \eta_2 \in N; \eta_1 \leq \eta_2 \Rightarrow P^{-1}(\eta_1) \leq P^{-1}(\eta_2)$$

$$\Rightarrow \exists m_1, m_2 \in M; P(m_1) = \eta_1, P(m_2) = \eta_2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_1 = P^{-1}(\eta_1) \\ m_2 = P^{-1}(\eta_2) \end{cases}$$

$$P(m_1 \wedge m_2) = P(m_1) \vee P(m_2)$$

$$= n_1 \vee n_2 = n_2$$

$$\Rightarrow m_1 \wedge m_2 = P^{-1}(n_2)$$

$$P^{-1}(n_1) \wedge P^{-1}(n_2) = P^{-1}(n_2)$$

$$P^{-1}(n_2) \leq P^{-1}(n_1)$$

\Rightarrow كتابة بشرط:

$$P(x \wedge y) \stackrel{?}{=} P(x) \vee P(y)$$

$$P(x \vee y) \stackrel{?}{=} P(x) \wedge P(y)$$

~~نحتاج~~

$$\left. \begin{array}{l} x \wedge y \leq x \Rightarrow P(x) \leq P(x \wedge y) \\ x \wedge y \leq y \Rightarrow P(y) \leq P(x \wedge y) \end{array} \right\} \Rightarrow P(x) \vee P(y) \leq P(x \wedge y) \quad (1)$$

$$P(x) \leq P(x) \vee P(y) \Rightarrow P^{-1}(P(x) \vee P(y)) \leq x$$

$$P(y) \leq P(x) \vee P(y) \Rightarrow P^{-1}(P(x) \vee P(y)) \leq y$$

$$P^{-1}(P(x) \vee P(y)) \leq x \wedge y$$

$$P(x \wedge y) \leq P(x) \vee P(y) \quad (2)$$

من (1) و (2) يتبع ان

من صيغة: $(E, +, \cdot)$ حلقة بول واذا عرفنا على E الايات والقائ

$$x \vee y = x + y + x \cdot y$$

$$x \wedge y = x \cdot y$$

عندئذ فان (E, \leq, \wedge, \vee) تشكل شبكة بول.

الاثبات:

وخصوصاً ان $x \wedge y$ من اجل ان

~~نحتاج~~

~~نحتاج~~

① $\forall x, y \in E ; x \vee y \in E$
 $x \wedge y \in E$

② - الانغلاق

$\forall x \in E$

$x \vee x = x + x + x \cdot x = 0 + x = x$

$x \wedge x = x \cdot x = x$

③ - التجميع

$\forall x, y, z \in E$

$x \vee (y \vee z) \stackrel{?}{=} (x \vee y) \vee z$

$$\begin{aligned} l_1 = x \vee (y \vee z) &= x + (y + z + y \cdot z) + x(y + z + y \cdot z) \\ &= x + y + z + y \cdot z + xy + xz + xy \cdot z \\ &= (x + y + xy) + z + \underline{y \cdot z + xz + xy \cdot z} \\ &= (x + y + xy) + z + (y + x + xy) \cdot z \\ &= (x \vee y) \vee z = l_2 \end{aligned}$$

$(x \wedge y) \wedge z = (x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z) = x \wedge (y \wedge z)$

④ - التبديل

$x \cdot y = y \cdot x \Rightarrow x \wedge y = y \wedge x ; \forall x, y \in E$

$x \vee y = x + y + x \cdot y = y + x + y \cdot x = y \vee x$

⑤ - الامتصاص

$\forall x, y \in E \Rightarrow x \wedge (x \vee y) = x$

$x \vee (x \wedge y) = x$

$$\kappa v(x, y) = 2 + (x, y) + x \cdot [x, y]$$

$$= x + \underbrace{xy + xy}$$

$$= 2 + 0 = 2$$

$$x \wedge (x \vee y) = x \cdot (x + y + x \cdot y)$$

$$= x + \underbrace{xy + xy}$$

$$= x + 0 = x$$

العنصر الأكبر والعنصر الأصغر - [6]

$$\forall x \in E \quad ; \quad x \oplus 0 = x \quad \Rightarrow \quad x \wedge 0 = 0$$

$$\Rightarrow 0 \leq x$$

! ذَا الْعُسْر (٥) هَمَّ لَعْنًا هَمَزَ

$$x \cdot 1 = x \Rightarrow x \wedge 1 = x$$

$$\Rightarrow x \leq 1$$

العنبر (11) هو العنبر الأكبر

LT) -

تورلعه

$$x \vee (y \wedge z) \stackrel{?}{=} (x \vee y) \wedge (x \vee z)$$

$$f_1 = x \vee (y \wedge z) = x + (y \cdot z) + x \cdot (y \cdot z)$$

$$= x + y \cdot z + x \cdot y \cdot z$$

$$l_2 = (x \vee y) \wedge (x \vee z) = (x + y + x \cdot y) \cdot (x + z + x \cdot z)$$

$$= x + x\sqrt{2} + \cancel{x\sqrt{2}} + x\sqrt{2} + xy + y\sqrt{2} + x\sqrt{2}y + \underbrace{xy}_{\text{sum}} + \underbrace{x\sqrt{2}y}_{\text{sum}} + \underbrace{xy\sqrt{2}}_{\text{sum}}$$

$$= 0$$

11 0

$$= 0$$

$$\begin{aligned}
 &= x + yz + xyz \\
 &= x + (y \cdot z) + x(yz) \\
 &= x \vee (y \wedge z)
 \end{aligned}$$

(8) -

المعم

$$x' = x + 1$$

$$\left. \begin{aligned} x \wedge x' &= 0 \\ x \vee x' &= 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x \wedge (x+1) = x \cdot (x+1) = x + x = 0$$

$$\Rightarrow x \wedge (x+1) = 0$$

$$\begin{aligned}
 x \vee (x+1) &= x + (x+1) + x(x+1) = \\
 &= \underbrace{x + x}_{=0} + 1 + \underbrace{x + x}_{=0} = 1
 \end{aligned}$$

وهو صحيح وذلك لأن، ليست توافيقية

تبرهن:

الحلقة لبوليانية هي حلقة تامة

الامتياز:

إذا كانت الحلقة لبوليانية تكون أكثر من عنصرين، أي هي ليست تامة لأن

$$a \neq 0, a \neq 1$$

$$a \cdot (a+1) = 0$$

$$\neq 0$$

أي أن لا تامة منطقية تكاملية

تامة أي لا تحتوي

قواسم لاهل

النتيجة المحالفة